DEC-MESTFP **2022**

DT/ INSTALLATION ET MAINTENANCE EN INFORMATIQUE

EPREUVES THEORIQUES

EPREUVE : MATHEMATIQUES APPLIQUEES
DUREE : 3 H
COEF :

SUJET

Exercice 1

Après ses congés annuels, Monsieur Zihou, employé d'une société de la place a oublié le code d'identification de sa carte professionnelle. Mais il se rappelle que ce code est un nombre entier naturel à deux chiffres qui, divisé par 23, a pour reste 1 et qui, divisé par 17, a le même quotient et pour reste 13.

1- Retrouvez ce code secret.
2- Convertissez-le en binaire, puis en hexadécimal.
3- Réécrivez ce code en base 8.

Exercice 2

On considère les équations différentielles suivantes : (E) : $y'' + 4y' + 4y = -4x$ et (E_0) : $y'' + 4y' + 4y = 0$.

1- Résolvez sur $\mathbb{R}$ l'équation différentielle (E_0).
2- Déterminez les nombres réels a et b pour que la fonction g de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définie par : $g(x) = ax + b$, soit solution de l'équation (E).
3- Démontrez qu'une fonction f est solution de l'équation (E) si et seulement si $f - g$ est solution de l'équation différentielle (E_0).
4- Déterminez la fonction u solution de (E) dont la courbe passe par le point $A(0\,;2)$ et admet en ce point une tangente perpendiculaire à la droite (D) d'équation : $x - 2y + 3 = 0$.

Problème

On considère la fonction numérique f définie par : $f(x) = \frac{x}{2} + \frac{1+\ln x}{x}$ et on désigne par (C) la représentation graphique de f dans le plan rapporté à un repère orthonormé $(0, I, J)$ (unité graphique 2 cm).

Partie : A

Soit g la fonction numérique définie sur $]0;\ +\infty[$ par $g(x) = x^2 - 2\ln x$.

1- Etudiez le sens de variation de g sur $]0;\ +\infty[$.
2- Démontrez que : $\forall x \in]0;\ +\infty[, g(x) \geq 1$.

(Page suivante)

<u>Partie</u> B

3- a) Déterminez la limite de f en 0 puis donnez une interprétation graphique du résultat.

b) Calculez $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$.

c) Démontrez que la droite (Δ) d'équation $y = \frac{x}{2}$ est asymptote à (C).

4- Etudiez le sens de variation de f puis dressez son tableau de variation.

5- a) Démontrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique α dans $]0; +\infty[$ et que $0{,}34 < \alpha < 0{,}35$.

b) Tracez (C).

1- a) Calculez l'aire $S(\alpha)$ du domaine du plan délimité par (C) , l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = \alpha$ et $x = 1$.

b) Exprimez $S(\alpha)$ comme un polynôme en α que vous préciserez.

BONNE CHANCE !